

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Шаброва Сергея Александровича «Математическое моделирование и качественные методы анализа граничных задач с производными по мере», представленную к защите на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Представленная диссертационная работа относится важной области математического моделирования в силу того, что поставленная задача связана со строгим математическим обоснованием и численной реализацией на его основе методов исследования существенно неоднородных (вплоть до наличия сингулярности распределения масс и разрывно-сочлененной структуры) механических систем. Помимо прикладного аспекта, важного, например, для задач роботехники, существенным является разработка обоснования и валидности подобных моделей с точки зрения функционального анализа и теории динамических систем, что должно обеспечить прочный базис для последующей разработки численных методов и комплексов компьютерных программ не на основе эмпирических и полуэмпирических наблюдений и тестов, но строгих математических оценок.

Для группы моделей, выбранных для исследования (системы струн и сочлененных стержней, находящихся в существенно-неоднородной среде), поставленная цель диссертантом достигнута. При этом заключения, полученные на основе строгой качественной теории динамических систем, подтверждены прямым численным моделированием с использованием программного обеспечения, разработанного автором. Все это свидетельствует о точном соответствии представленной диссертации паспорту специальности «Математическое моделирование, численные

методы и комплексы программ», по которой она представлена к защите по физико-математическим наукам.

Актуальность и значимость работ, опубликованных автором, и составивших основу для написания текста диссертации, подтверждается также анализом наиболее полной информационно-библиометрической системы публикаций в области математики – MathSciNet, где учтено 11 публикаций С.А. Шаброва (что превышает порог, установленный ВАК для докторских диссертаций, даже если учитывать только эти публикации), имеющих 43 цитирования (из них 40 – без самоцитирований), является достаточно большим числом для математики и свидетельствует о значимости полученных результатов на научного математического сообщества.

Диссертация состоит из введения, в котором обоснована постановка проблемы на основе краткого обзора имеющихся результатов и подходов, а также открытых проблем в данной области, сформулирована цель и поставлены задачи исследования, характеризующиеся научной новизной, приведены основные положения и результаты, выносимые на защиту, сведения о публикации и апробации результатов диссертационного исследования, краткий перечень основных результатов, представленных в каждой из глав диссертации, самих семи глав, заключения, списка использованной литературы, а также приложений, относящихся к программно-численной стороне работы.

В первой главе исследуется математическая модель неоднородной струны, помещенной во внешнюю среду с локальными особенностями. В силу обоснованных физических структурных особенностей постановки задачи, она формулируется на основе вариационного подхода к упругой энергии, что автоматически предоставляет возможность интегрального подхода по мере и, как следствие, переформулировку граничной задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений в терминах

производной Радона-Никодима. На основе этого подхода исследованы свойства допустимых решений и их линейных комбинаций, а также амплитудные оценки, доказаны аналоги теорем Штурма, в том числе изучено важное свойство неосцилляции и дано доказательство осцилляционности спектра спектральной задачи с производными по мере.

Вторая глава посвящена исследованию математических моделей систем с разрывными решениями на основе использования поточечной трактовки уравнения с обобщенными коэффициентами. Помимо чисто математической нетривиальности, обусловленной присутствием сильных особенностей, данный круг моделей важен в роботехнических приложениях, так как они соответствуют суставным сочленениям и, соответственно, разработка обоснованного математического базиса для численного прототипирования также является важной и актуальной проблемой. Как и в первой главе, исследованию проведено на основе энергетического подхода, что позволило естественным образом получить оценки для спектральных компонент решений.

В третьей главе, методы и подходы, принципиально разработанные в предыдущих двух, приложены к исследованию сложно-сочлененных стержневых систем, находящихся как во внешней среде так и вне ее; т.е. эффективность предложенной методики для обоснования основных спектральных свойств продемонстрирована еще на одном объекте. Здесь, как и в первой главе, интересным инструментом является использование для выявления свойств осциллируемости/неосциллируемости решений исследование нулей систем обобщенных полиномов (систем Чебышева). Подобный подход имеет перспективы с точки зрения численных методов и их программной реализации на основе предложенной в 2004 году (L.N. Trefethen) вычислительной методики работы с операторными уравнениями относительно аппрокимирующих полиномов, заменяющих численные массивы в точечных выборках (ChebFun approach), активно разрабатываемой в последнее десятилетие.

Следует отметить, что результаты, полученные в последних параграфах, и относящиеся к системе «закрепленная на одном конце балка-струна» имеют большой потенциал для дальнейшего развития, т.е. данная система при переходе к случаю нелинейной упругости будет соответствовать обобщению классической модели теории нелинейных динамических систем – осциллятору Дюффинга-Холмса.

В четвертой главе исследуется функция влияния для математической модели, представляющей собой граничную задачу для системы дифференциальных уравнений четвертого порядка, соответствующей малым деформациям растянутой пружинно-шарнирно-сочлененной системе стержней. Установлены достаточные условия положительности функции влияния (т.е. податливости системы, в том числе и сильно сингулярной). Важным результатом является установление критериев, которым должна удовлетворять внешняя среда, чтобы решение модели стало неположительным, что может иметь практическую значимость в инженерных приложениях.

В пятой главе происходит переход от линейных задач к более сложным – нелинейным. В подобных задачах одним из основных вопросов является само наличие решений и их число, что и исследовано автором в приложении к изученной распределенной системе, в которой локальные «упругие» свойства модели могут быть как монотонными по отношению к их локализации, так и неоднородно меняющимися, с том числе и негладким (ступенчатым) образом.

Шестая и седьмая главы посвящены разработке численного алгоритма для численного моделирования системами, исследованных математически в предыдущих главах, и их компьютерной реализации. Как

и при аналитическом исследовании, основой для численного метода служит вариационно-энергетический подход. Сама методика построения конечно-разностных схем и их программирования, в принципе, достаточно стандартна, однако основную ценность данных глав составляет то, что они адаптированы под конкретные примеры, для которых свойства решения установлены аналитически, т.е. предоставляется возможность для их практической реализации, причем со строго обоснованными погрешностями. Использованное программное обеспечение относится к типу языков, специально нацеленных на решение математических задач. На ряд вычислительных процедур, разработанных на языке Python, получены свидетельства о регистрации программ для ЭВМ.

Текст диссертации хорошо структурирован и ясно изложен. Автореферат адекватно отражает содержание диссертации. Вместе с тем к ней имеется ряд замечаний:

1. В контексте рассмотрения движения струн и систем «струна-стержень» в среде, в том числе обладающей особенностями, недостаточно детализированные допустимые математические модели реологии такой среды, в частности, полагая, что среда является достаточно плотной (что обуславливает включение локальной энергии среды в вариационную задачу), но обладающей текучестью (что следует из существования физических колебаний объекта в среде) возникает вопрос об границах знаний параметров, позволяющих пренебречь эффектом присоединенной массы при движении объекта-струны в среде.
2. В работе рассматриваются граничные задачи; вместе с тем, в силу наличия физико-механического обоснования моделей, имело бы смысл хотя бы краткое обсуждение условий, накладываемых на полную начально-граничную задачу, позволяющую исключить из рассмотрения граничной задачи переходных режимов, связанных с

неспектральными модами, обусловленных сильными сингулярностями смещения в начальных условиях.

3. Содержание первых пяти глав тесно связано с механическими моделями, служащими обоснованием рассматриваемых систем дифференциальных уравнений, но в тексте полностью отсутствуют чертежи упоминаемых струнно-пружинно-стержневых систем, что усложняет визуальное представление читателем соответствующих конструкций, описанных исключительно словесно.
4. Хотя при построении конечно-элементных схем для численного решения и допускается неоднородность сетки, в практической реализации это практически не использовано, что приводит к возникновению значительных спайковых погрешностей при расчетах с малым числом узлов. Этот же феномен обусловлен сужением в ряде примеров класса базисных элементов на кусочно-разрывные и кусочно-линейные функции, хотя аналитические методы первых глав явно демонстрируют преимущества обобщенных полиномиальных систем, в численном моделировании, однако, не использованные.
5. На ряде иллюстраций (рис. 7.30, 7.35, 7.57, 7.79, 7.60) виден осциллирующий характер погрешности – связано ли это с локальными неустойчивостями численных схем?
6. Указание абсолютных, а не относительных погрешностей численных решений по сравнению с точными на графиках и в таблицах в приложении затрудняет оценку их качества; кроме того, существенные сомнения вызывает необходимость количества значащих цифр, приведенных в Приложении В.

Данные замечания, однако, не снижают общей высокой оценки результатов данной научно-квалификационной работы, результаты

которой представляют собой совокупность положений, которые можно квалифицировать как научное достижение в области математического моделирования, численных методов и комплексов программ.

Основные результаты диссертации опубликованы в достаточном количестве рецензируемых научных изданий, и апробированы в ходе научных конференций и семинаров научных групп, обладающих высокой репутацией в данной области науки. Автореферат отражает содержание диссертации полно и адекватно.

Таким образом, считаю, что данная диссертационная работа полностью отвечает требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденном постановлением Правительства РФ №842 от 24.09.2013, предъявляемым к диссертационным работам на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, а ее автор, Шабров Сергей Александрович, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент,

доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры физики и нанотехнологий
ФГБОУ ВО "Курский государственный университет"



Постников Евгений Борисович,

Телефон: +7 (4712) 51-04-69

Электронная почта: postnicov@yandex.ru

почтовый адрес: кафедра физики и нанотехнологий

Курский государственный университет

Ул. Радищева, 33, Курск, 305000

